

# Gaine plasma associée à l'émission secondaire d'électrons

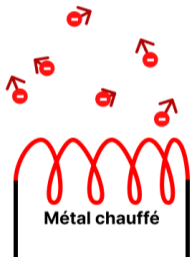
C. Dufour, M. Muraglia, G. Fubiani, N. Claire, N. Dubuit, O. Agullo



Contact: [clement.dufour@ik.me](mailto:clement.dufour@ik.me)

# Les émissions secondaires d'électrons (1)

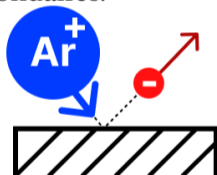
## L'émission thermionique<sup>a</sup> :



<sup>a</sup>Chapitre 1 : Modinos1984

## Le bombardement ionique<sup>a</sup> :

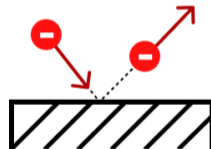
Collision ion/paroi qui entraîne des émissions secondaires.



<sup>a</sup>Chapitre 9.3 :  
Lieberman2005

## Les collisions électrons parois :

Backscattering/ True secondary<sup>a</sup>



<sup>a</sup>Furman2002;  
Bradshaw2024.

## Les émissions secondaires d'électrons (2)

Pour la physique de la gaine, on définit :

$$\gamma = \frac{\Gamma_{e^-, \text{secondaire}}}{\Gamma_{e^-, \text{primaire}}} \quad (1)$$

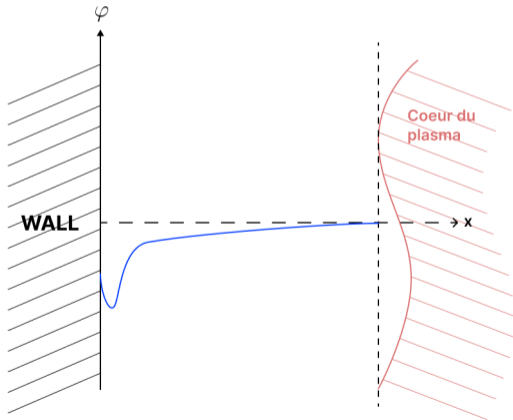
**Dans les Tokamaks :  $\gamma > 1$ , avant la température de fusion du tungsten<sup>1</sup>.**

---

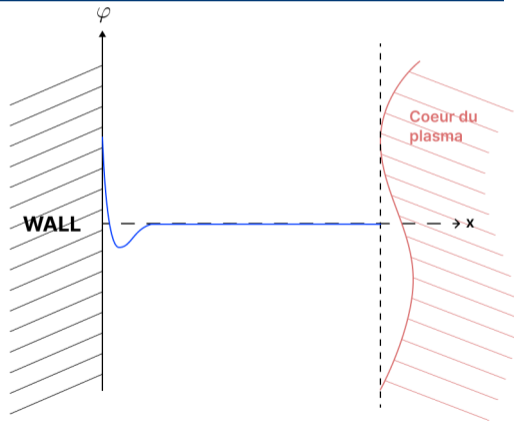
<sup>1</sup>Campanell2019.

# La gaine avec émissions secondaires d'électrons ( $\gamma > 1$ )

## Gaine SCL :



## Gaine Inverse<sup>a</sup>:



<sup>a</sup>Campanell2017.

# La gaine Inverse (Campanell<sup>2</sup>)

## Propriétés :

- Accumulation d'électrons à la paroi :
- Ions repoussés par la paroi :
- $\gamma > 1$

## Avantages:

- $T_{e,primaire} = T_{mur}$
- Réduction du sputtering

Quels sont les conditions d'apparition de la gaine inverse ?

---

<sup>2</sup>Campanell2017.

- 1 Introduction
- 2 Modèle cinétique de la gaine
- 3 Résolution numérique de Vlasov-Poisson (CAMON)
- 4 Etude de la gaine plasma
- 5 Conclusions

# Modèle cinétique de la gaine : Inversion de la gaine

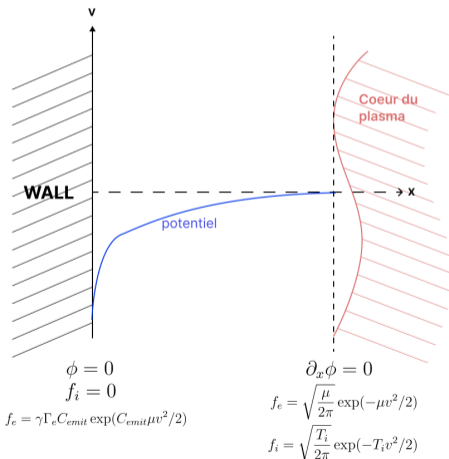
La gaine est décrite par le système de Vlasov-Poisson :

$$\partial_t f_e + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f_e + \frac{e}{m_e} \nabla_{\vec{x}} \phi \cdot \nabla_{\vec{v}} f_e = \hat{C}_e$$

$$\partial_t f_i + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f_i - \frac{e}{m_i} \nabla_{\vec{x}} \phi \cdot \nabla_{\vec{v}} f_i = \hat{C}_i$$

$$\Delta \phi = -\frac{n_i - n_e}{\epsilon_0}$$

(2)



# Modèle cinétique pour simuler l'expérience

## Collisions et chimie

- Ionisation: <sup>1</sup>

$$\hat{C}_e = \langle \sigma v_e \rangle n_n (2f_{e,0} - f_e) \quad (3)$$

$$\hat{C}_i = \langle \sigma v_e \rangle n_e f_n$$

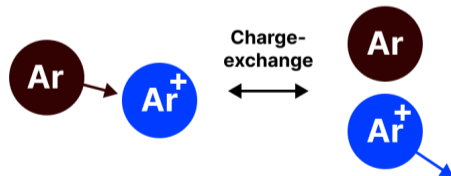
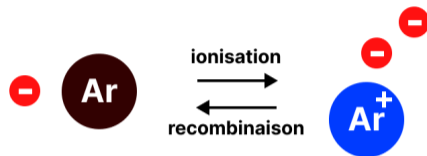
- 3-body recombinaison: <sup>2</sup>

$$\hat{C}_e = -\tau_{rec} f_e n_i \quad (4)$$

$$\hat{C}_i = -\tau_{rec} f_i n_e$$

- Charge-Exchange: <sup>3</sup>

$$\hat{C}_i = -\hat{C}_n = \int (f'_n f_i - f'_i f_n) \sigma |v - v'| dv' \quad (5)$$



<sup>1</sup>Carbone2021; Bartschat2016

<sup>2</sup>Fujimoto

<sup>3</sup>Phelps1994



# Les équations résolues

## Equations résolues

$$\partial_t f_e + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f_e + \frac{e}{m_e} \nabla_{\vec{x}} \phi \cdot \nabla_{\vec{v}} f_e = \hat{C}_e$$

$$\partial_t f_i + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f_i - \frac{e}{m_i} \nabla_{\vec{x}} \phi \cdot \nabla_{\vec{v}} f_i = \hat{C}_i$$

$$\partial_t f_n + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f_n = \hat{C}_n$$

$$\Delta \phi = -\frac{n_i - n_e}{\epsilon_0}$$

(6)

## Opérateur de collision

- BGK :  $\hat{C}_s = \nu_s (f_{0,s} - f_s)$
- Dougherty<sup>a</sup> :  $\hat{C}_s = \nu_s \partial_v [(v - \bar{v}) f_s + T_s \partial_v f_s]$

## Opérateur de collision/source (Chimie)

- Ionisation :  $\hat{C}_e = \langle \sigma v_e \rangle n_n (2f_{e,0} - f_e)^b$
- Charge-Exchange :  
 $\hat{C}_{CX} = \int (f'_n f_i - f'_i f_n) \sigma |v - v'| dv'$
- Recombinaison :  $\hat{C}_e = -\tau_{rec} f_e n_i^c$

<sup>a</sup>Pezzi\_2014.<sup>b</sup>Bernard2022.<sup>c</sup> $\tau_{rec}$  obtenu par *detailed balance*

# Méthodes numériques (1)

Schéma numérique pour résoudre :

- Séparation des opérateurs (Strang Splitting)
- Advection (SL-CWENO 3<sup>3</sup>)
- Poisson (SOR)
- Opérateur de Dougherty (Crank-Nicolson<sup>4</sup>)
- BGK (RK4)

CAMON est théoriquement en  $o(\Delta v^2 + \Delta x^2 + \Delta t^2)$

---

<sup>3</sup>Cho2021.

<sup>4</sup>Donnel2019; dutykh:hal-01401125.

## Méthodes numériques (2)

### Séparation des opérateurs

Objectif : se ramener à  $\partial_t f = \hat{L}f$

$$\partial_t f = (\hat{L}_1 + \hat{L}_2)f \quad (7)$$

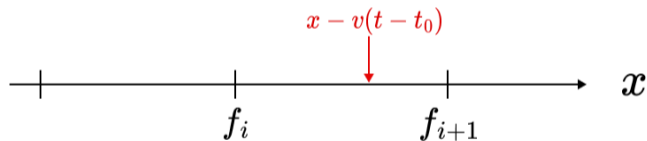
Solution :  $f = \exp((\hat{L}_1 + \hat{L}_2)t)f_0 = \exp(\hat{L}_1 t) \exp(\hat{L}_2 t)f_0 + o(t)$

On utilise le strang splitting d'ordre 2.

# Méthodes numériques : Advection (3)

## Méthode semi-lagrangienne

- Objectif : Résoudre  $\partial_t f = -v \partial_x f$ .
- Solution analytique :  $f(t, x) = f(t_0, x - v(t - t_0))$



Reconstruction : CWENO 3-2<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup>Cho2021.

## Validation du code (Atténuation Landau)

En développant linéairement la distribution et le potentiel  $f = f_0 + \delta f$ ,  $\phi = \delta\phi$  :

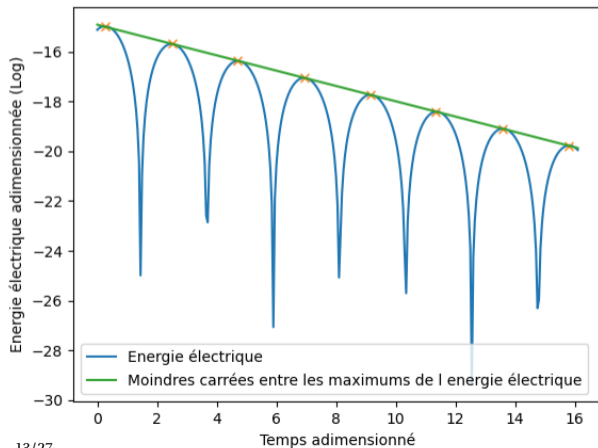
$$\delta\phi = \delta\phi_0 e^{-i(\omega t + kx)} \quad (8)$$

Si  $\omega = \omega_R + i\gamma \Rightarrow$

- Théorie :  $k = 0.5 \Rightarrow \gamma = -0.3066^a$
- Simulation :  $k = 0.5 \Rightarrow \gamma = -0.307^b$

<sup>a</sup>Utsumi1998.

<sup>b</sup>Conditions aux bord périodiques



# Validation du code (Method of Manufactured Solution)

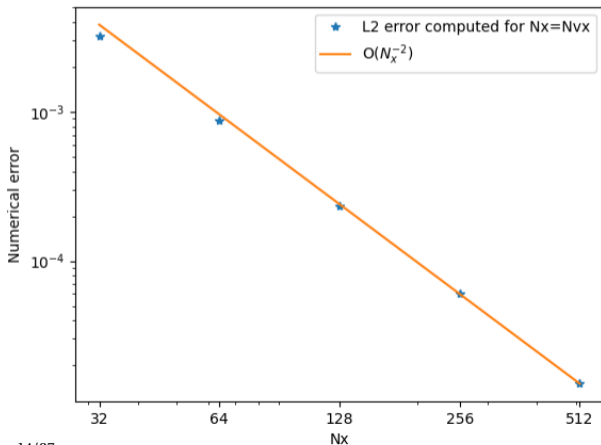
On construit  $f_e$  pour vérifier l'équation de Poisson<sup>a</sup> :

$$\phi = -\frac{A \cos(kx) \sin(t)}{k^2}$$
$$f_e = e^{-v^2/2} / \sqrt{2\pi} (1 + A \cos(kx) \sin(t)) \quad (9)$$
$$d_t f = d_t f_e$$
$$\Delta \phi = n_e - n_i$$

**CAMON est donc à l'ordre 2**

$$\text{Erreur} = \int (f_{\text{theorie}} - f_{\text{num}})^2$$

<sup>a</sup>Banks2019.



# Collisions et émissions secondaires<sup>6</sup>

## La gaine collisionnelle

- Collisions électrons :  
 $\hat{C} = \frac{1}{\tau_s} (n_s f_{0,s} - f_s)$
- Collisions ions :  
 $\hat{C} = \langle \sigma \omega \rangle (n_s f_{0,s} - f_s)$
- Emission secondaire :  
 $\Gamma_{e,secondaire} = 0$

## La gaine SCL : (Space-Charge-Limited)

- Collisions électrons :  
 $\hat{C} = \frac{1}{\tau_s} (n_s f_{0,s} - f_s)$
- Collisions ions :  $\hat{C} = 0$
- Emission secondaire :  
 $\Gamma_{e,secondaire} = \gamma \Gamma_{e,primaire}$

## La gaine Inverse

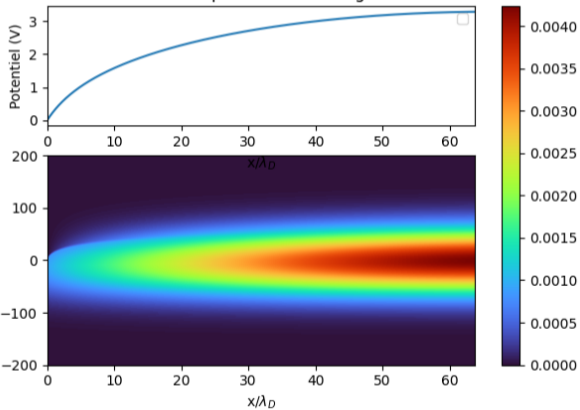
- Collisions électrons :  
 $\hat{C} = \frac{1}{\tau_s} (n_s f_{0,s} - f_s)$
- Collisions ions :  
 $\hat{C} = \langle \sigma \omega \rangle (n_s f_{0,s} - f_s)$
- Emission secondaire :  
 $\Gamma_{e,secondaire} = \gamma \Gamma_{e,primaire}$

---

<sup>6</sup>Campanell2017.

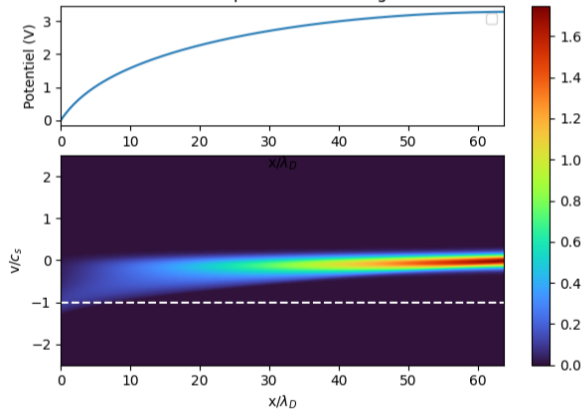
# La gaine collisionnelle

Courbe de potentiel dans la gaine



Fonction de distribution des électrons dans la gaine

Courbe de potentiel dans la gaine

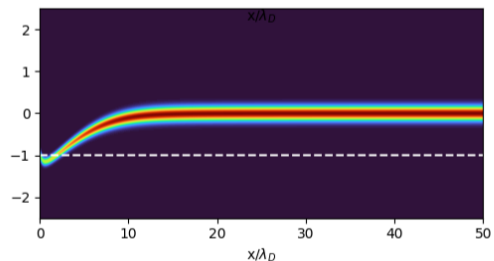
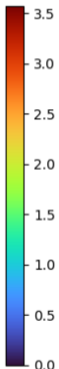
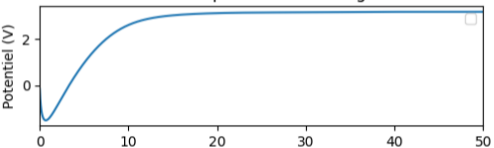


Fonction de distribution des ions dans la gaine



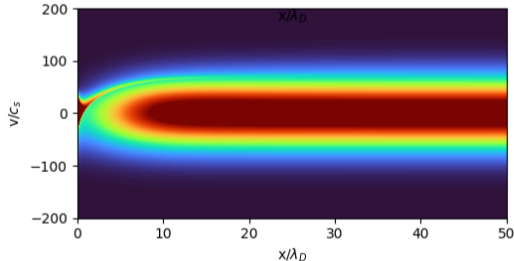
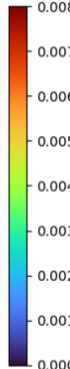
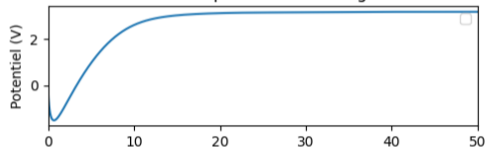
# La gaine Space-Charge-Limited (SCL)

Courbe de potentiel dans la gaine



Fonction de distribution des ions dans la gaine

Courbe de potentiel dans la gaine



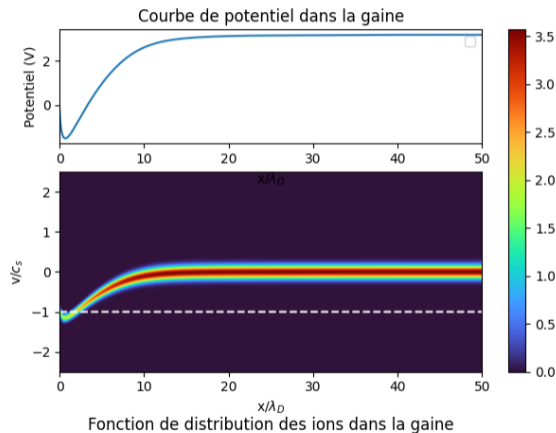
Fonction de distribution des électrons dans la gaine

# Transition vers la gaine inverse

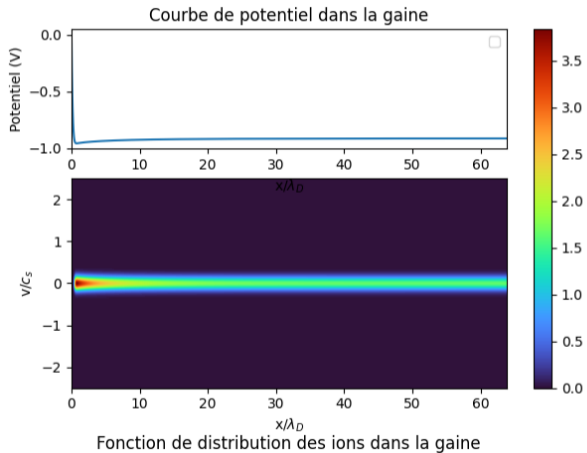
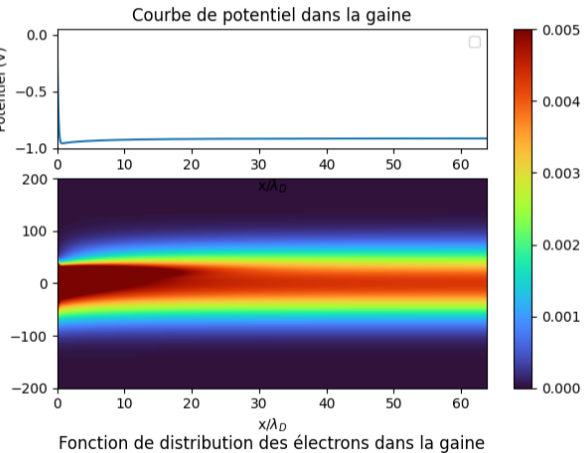
## Charge Exchange collision<sup>a</sup>

- Les collisions font perdre la vitesse des ions.
- Les ions sont piégés dans le puits de potentiel.
- Le potentiel remonte.
- La gaine s'inverse.

<sup>a</sup>Campanell2017.



# La gaine inverse



## Conclusions et perspectives

### Conclusions

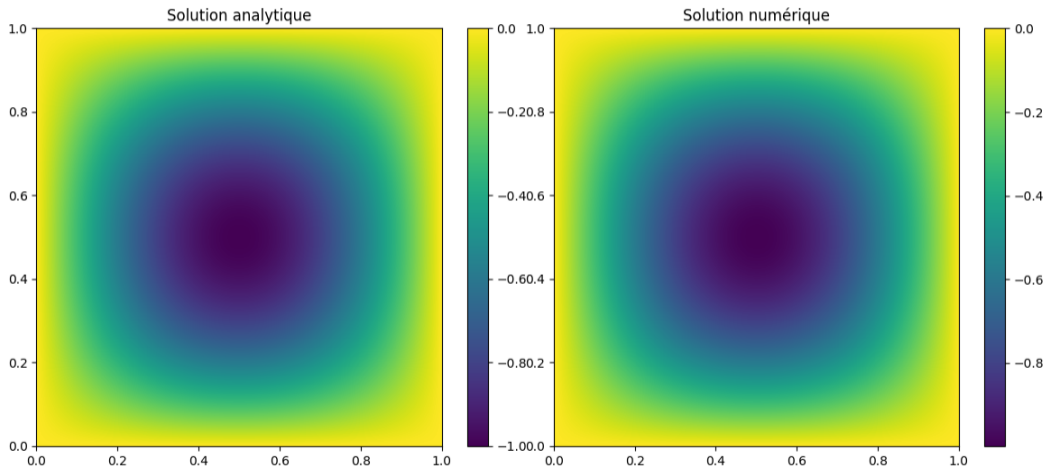
- Développement et validation de CAMON : Code cinétique pour étudier la dynamique de la gaine avec émission secondaire.

### Perspectives

- Comparer les résultats avec des résultats expérimentaux
- Prise en compte d'un champ magnétique. Etude dans des cas pertinents pour les tokamaks.

# Bibliography I

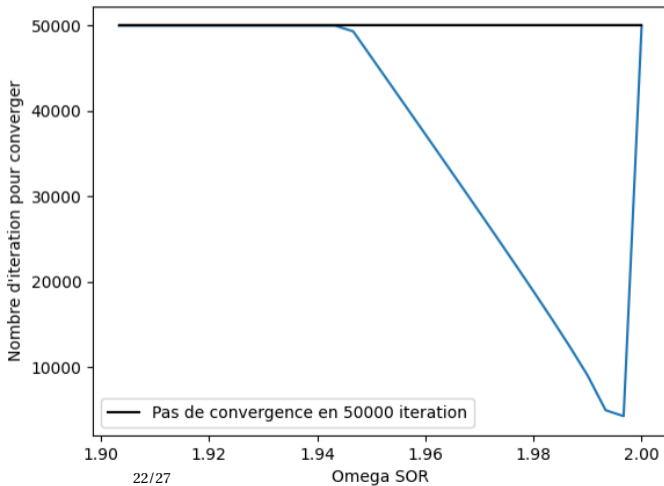
# Validation Poisson (1)



## Validation Poisson (2)

Successive Over Relaxation (SOR) :

$$\phi^{n+1} = (1 - \omega)\phi^n + \omega\hat{A}\phi^{n+1} \quad (10)$$



## Accélération : rapport de masse électrons ions

- Rescaled Mass method : On diminue la masse des ions.
- Subcycling method : On itère N fois pour les électrons et 1 fois pour les ions.
- **Numerical Time method (ou asynchronous subcycling)** : On pose deux pas de temps différents  $dt_{ions}$  et  $dt_{e^-}$ .  
=> si convergence : la solution vérifie :

$$\vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f_s - \frac{q_s}{m_s} \nabla_{\vec{x}} \phi \cdot \nabla_{\vec{v}} f_s = 0 \quad (11)$$



## Schémas numériques

Tableaux de Butcher  
RK4 :

0				
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$			
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$		
1	0	0	1	
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

## Strang Splititng :

$$e^{(\hat{L}_1 + \hat{L}_2)t} = e^{\frac{1}{2}\hat{L}_1 t} e^{\hat{L}_2 t} e^{\frac{1}{2}\hat{L}_1 t} \quad (12)$$

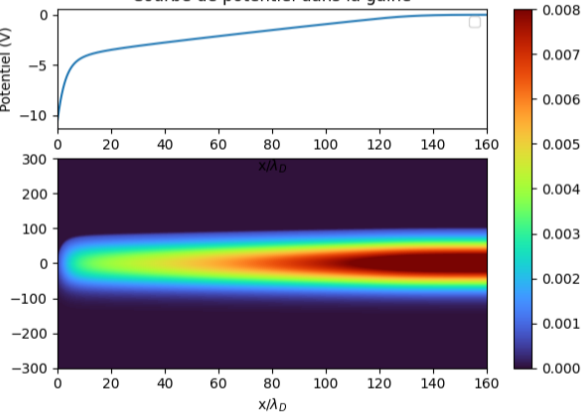
## Intégration/dérivation :

$$\int_a^b = \frac{1}{3}h(f(a) + 4f(a+h) + f(b)) \quad (13)$$

$$\partial_\xi u_i = \frac{-u_{i-1} + u_{i+1}}{2\Delta\xi} \quad (14)$$

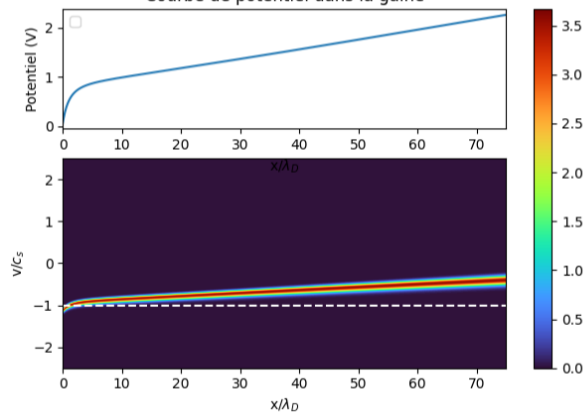
# Gaine sans collision

### Courbe de potentiel dans la gaine



### Fonction de distribution des électrons dans la gaine

### Courbe de potentiel dans la gaine



### Fonction de distribution des ions dans la gaine

## Opérateur de collisions

Dérivation de Liouville<sup>a</sup> :

$$d_t f_1 = -n_0 \int d^2 a_{12} \nabla_{v_1} g(12) \quad (15)$$

$$\partial_t g + \hat{V}_1^b g + \hat{V}_2 g = \hat{S}^c \quad (16)$$

<sup>a</sup>Swanson2008.

<sup>b</sup> $\hat{V}_1 = v_1 \nabla_{r_1} + (n_0 \int d^3 a_{13} g) \nabla_{v_1} f_1$

<sup>c</sup> $\hat{S} = -(a_{12} \nabla_{v_1} + a_{21} \nabla_{v_2}) f_1 f_2$

Fokker-Planck<sup>a</sup> :

$$\hat{C}_{s,s'} = \frac{\partial}{\partial v} \cdot [D \partial_v f_s + d_c f_s] \quad (17)$$

<sup>a</sup>Hazelttime.

## Dougherty :

- Conservation  
( $n, v, v^2$ )
- Ker(C) =  
maxwellienne

$$\hat{C} = \frac{\partial}{\partial v} \cdot [T \partial_v f_s + (v - \langle v \rangle) f_s] \quad (18)$$

## Critère de Bohm

- Rupture à la quasi-neutralité :  $\rho(\phi) = \partial_{\phi} \rho|_{\phi=0} \phi$
- $\left. \frac{\partial \rho}{\partial \phi} \right|_{\phi=0} \leq 0$
- $v_i \geq \sqrt{\frac{k_b T_e}{m_i}}$

=> Le critère de Bohm est un critère de stabilité<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>**Badsı2017.**